НЕРАВЕНСТВА

в задачах ОГЭ

Подготовила Туркина Л.А.

Учитель математики МАОУ « Фадеевская ООШ»

ТАБЛИЦА 1. ПРОЦЕНТ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ №13 ОГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ ПО ПОНОМАРЕВСКОМУ РАЙОНУ В 2023Г.

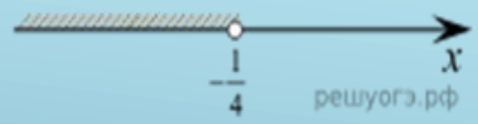
	№ задания	Проверяемые элементы содержания/умения	Уровень сложности	Средний процент выполнения	Процент выполнения по региону в группах, получившим отметку			
					«2»	«3»	«4»	«5»
	13	Уметь решать неравенства и их системы	Б	78,79%	0%	60%	95%	100%

ТАБЛИЦА №2. ПРОЦЕНТ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ №20 ОГЭ МАТЕМАТИКИ ПО ПОНОМАРЕВСКОМУ РАЙОНУ 2023Г.

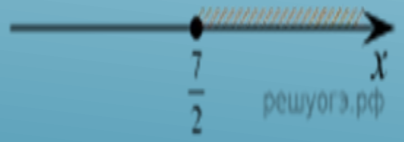
	№ задания	Проверяемые элементы содержания/умения	Уровень сложности	Средний процент выполнения	Процент выполнения по региону в группах, получившим отметку			
					«2»	«3»	«4»	«5»
	20	Уметь решать уравнения, неравенства и их системы, степенные выражения	П	8,71%	0%	0%	5%	65%

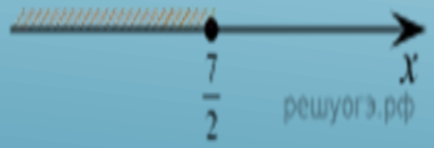
ЗАДАНИЕ №13. РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВА

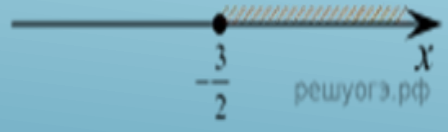
1. Решите неравенство $20 - 3(x - 5) < 19 - 7x$ и определите на каком рисунке изображено множество его решений



2. Решите неравенство $4x + 5 \geq 6x - 2$ и определить на каком рисунке изображено множество его решений







3. Решите неравенство $9x - 4(2x - 1) > -8$

В ответе укажите номер правильного варианта

1) $(-4;\ +\infty)$ 2) $(-12;\ +\infty)$ 3) $(-\infty; -4)$ 4) $(-\infty; -121)$

ЗАДАНИЕ №13

4. При каких значениях а выражение 5а + 9 принимает отрицательные значения? *В ответе укажите номер правильного варианта.*

1) $a > -\frac{9}{5}$ 2) $a < -\frac{5}{9}$ 3) $a > -\frac{5}{9}$ 4) $a < -\frac{9}{5}$

5. На координатной прямой отмечены числа а и b:

Какое из следующих чисел наибольшее?

1) $a+b$ 2) $2b$ 3) $-a$ 4) $a-b$

ЗАДАНИЕ №20. РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВА

Решите систему неравенств

1. $\begin{cases} 5(3X+2)-4(7X+1) > -X \\ (X-3)(X+9) < 0 \end{cases}$

2. $(x-6)^2 \geq (6x-1)^2$

3. $(2+x)^3 \geq \sqrt{8}\,(2+x)^2$

ТАБЛИЦА №4. СИСТЕМА ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАНИЙ №13 И №20.

№ задания	Проверяемые элементы содержания/умения	Уровень сложности	Система оценивания
№13	Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	Б	1 балл
№20	Уметь решать уравнения, неравенства и их системы, степенные выражения	П	2 балла, если выбран правильный путь решения, получен правильный ответ; 1 балл, если решение доведено до конца, но допущена арифметическая ошибка, с ее учетом дальнейшие шаги были выполнены верно; 0 баллов , если решение не соответствует ни одному критерию, перечисленному выше

ВИДЫ НЕРАВЕНСТВ

1. Линейные
2. Квадратные
3. Дробно - рациональны

ДЛЯ РЕШЕНИЯ КВАДРАТНЫХ НЕРАВЕНСТВ ГРАФИЧЕСКИМ СПОСОБОМ ПОСТУПАЮТ СЛЕДУЮЩИМ ОБРАЗОМ:

1. Находят дискриминант квадратного трехчлена и выясняют, имеет ли трехчлен корни

2. Если трехчлен имеет корни, то отмечают их на оси х и через отмеченные точки проводят схематически параболу, ветви которой направлены вверх при а > 0 или вниз при а<0;

Если трехчлен не имеет корней, то схематически изображают параболу, расположенную в верхней полуплоскости при а>0 или в нижней при а<0

3. Находят на оси х промежутки, на которых точки параболы расположены выше оси х (если решают неравенство $ax^2 + bx + c > 0$) или ниже оси х (если решают неравенство $ax^2 + bx + c < 0$)

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ НЕРАВЕНСТВ МЕТОДОМ ИНТЕРВАЛОВ

1. Итак , если Вы получили неравенство, содержащее дробь,корень четной степени, то необходимо найти ОДЗ.

. Напоминаем, что если в неравенстве содержится корень, то значение под знаком корня не может принимать отрицательное значение. Если некоторый множитель находится в знаменателе, то он не может принимать значение равное 0.

$$f(x) = (x - x_2)(x - x_2) \dots (x - x_n)$$

2. Следующим шагом необходимо найти нули функции. Для этого функцию приравнивают к нулю.

3. Полученные значения нулей следует нанести на числовую прямую. Если неравенство строгое или полученные нули не попадают в ОДЗ, то точки наносятся пустыми кружочками. Если же неравенство не строгое, то кружочки зарисовываем. Пустая точка означает, что данное значение переменной не является решением неравенства.

4. После нанесения точек на прямую необходимо узнать знак, который принимает функция в целом данном промежутке. А затем расставить знаки над каждым промежутком.

5. После этого все промежутки, которые удовлетворяют знаку неравенства, записать в качестве решения с учетом крайних точек.

Для простоты определения знака на интервалах, рекомендуется использовать правило знакочередования. Если перед главным членом неравенства имеется положительный коэффициент, то необходимо чередовать интервалы справа налево от плюса к минусу.

Если некоторый множитель имеет четную степень, то знак в соседних интервалах не меняется

ОБЩИЕ ПРАВИЛА РЕШЕНИЯ НЕРАВЕНСТВ.

1.При решении неравенств все переноситься в одну сторону и сравнивается с 0.

2.Если неравенство можно хоть как-то упростить – это необходимо сделать!

ТИПИЧНЫЕ ОШИБКИ

1. Ошибки при нарушении алгоритма решения неравенства

2. Невнимательное чтение условия (неправильный выбор интервала)

3. Неправильно записанный ответ (скобки)

4. Арифметические ошибки с отрицательными числами

ОСНОВНЫЕ ОШИБКИ И ПОЛЕЗНЫЕ ЛАЙФХАКИ ПРИ РЕШЕНИИ НЕРАВЕНСТВ МЫ **МОЖЕМ:**

1. Умножать обе части неравенства на число или выражение, не равное нулю:

а) При умножении обеих частей неравенства на положительное число знак неравенства сохраняется.

б) При умножении обеих частей неравенства на отрицательное число знак неравенства меняется на противоположный.

2. Можем возводить обе части неравенства в квадрат при условии, что они неотрицательны

ЧЕГО **НЕЛЬЗЯ** ДЕЛАТЬ ПРИ РЕШЕНИИ НЕРАВЕНСТВ

Вот несколько ловушек, в которые часто попадают учащиеся.

1. Нельзя умножать (или делить) неравенство на выражение, знака которого мы не знаем.

$$x(3x-2)>x(x+1)$$

Нельзя делить на Х!!!

2. Извлекать из неравенства корень нельзя

$$x^2 > 100$$

Запомним: ответы типа «$x > \pm 10$» абсурдны.

ПРАВИЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ:

Перенесем все в левую часть неравенства, чтобы в правой остался ноль.

$$x^2 - 100 > 0$$

Разложим левую часть на множители.

$$(x - 10)(x + 10) > 0$$

Решим неравенство, пользуясь свойствами квадратичной функции , и запишем ответ:

x < -10 и x > 10.

КАК РЕШАТЬ НЕРАВЕНСТВО $x^2 > 0$

$x > 0$!!!

Выражение x^2 положительно при всех x, кроме нуля.

Правильное решение (-∞; 0)(0; +∞)

РЕШИТЕ НЕРАВЕНСТВО

$$\frac{16}{x^2 - 2x - 24} \leq 0$$

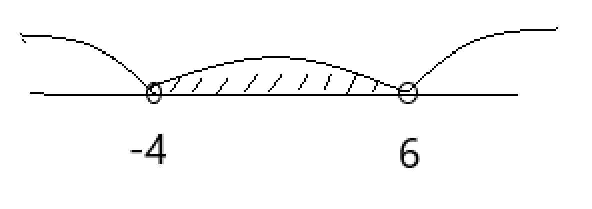
Решение:

$\text{Т. к. } 16 > 0, \text{а дробь } \leq 0, \text{то } x^2 - 2x - 24 < 0$

Решим соответствующее уравнение

$x^2 - 2x - 24 = 0$

$x = 6, \qquad x = -4$



$\text{Ответ: } (-4; 6)$

РЕШИТЕ НЕРАВЕНСТВО

Решение:

$$\frac{-11}{(x-2)^2-3} \geq 0$$

Решение: Умножим неравенство на (-1) и получаем

$$\frac{11}{(x-2)^2-3} \leq 0, \qquad \text{т. к. } 11 > 0, \ \text{то } (x-2)^2-3 < 0$$

РЕШИМ СООТВЕТСТВУЮЩЕЕ УРАВНЕНИЕ

$(x-2)^2-3=0$

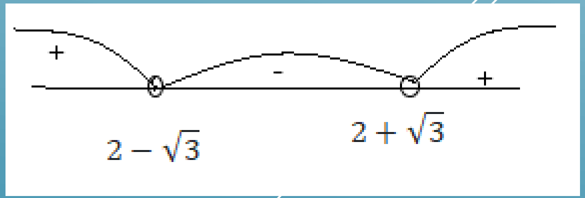
$x^2-4x+4-3=0$

$x^2-4x+1=0$

$D=b^2-4bc=16-4=12$

$$x=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}=\frac{4+\sqrt{12}}{2}=\frac{4+2\sqrt{3}}{2}=2+\sqrt{3}$$

$$x=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}=\frac{4-2\sqrt{3}}{2}=2-\sqrt{3}$$



Ответ: $(2-\sqrt{3};2+\sqrt{3})$

РЕШИТЕ НЕРАВЕНСТВО

$(2x-3)^2 \geq (зx-2)^2$

Решение: перенесем все в левую сторону

$(2x-3)^2-(3x-2)^2 \geq 0$

Решить соответствующее уравнение, используя формулу сокращенного уравнения

$(2x-3)^2-(3x-2)^2 = 0$

$\big((2x-3)-(3x-2)\big)\big((2x-3)+(3x-2)\big) = 0$

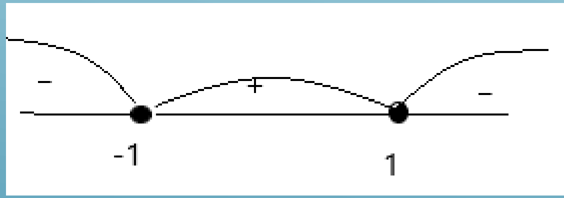
$(-x-1)(5x-5) = 0$

Произведение двух множителей равно 0 тогда и только тогда, когда хотя бы один из них равен 0

$-X-1=0$ или $5x-5=0$

$-x=1$ $5x=5$

$x=-1$ $x=1$



Ответ: $[-1;1]$

РЕШИТЕ НЕРАВЕНСТВО: $(x- 6)^2 \geq (6x-1)^2$

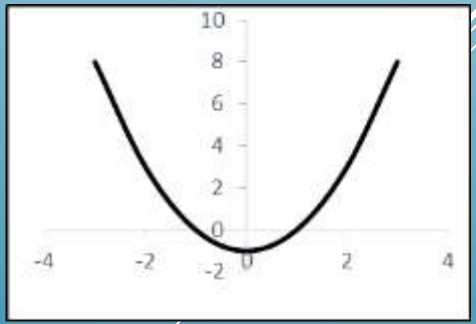
$x^2 -12x +36 \geq 36x^2 -12x +1$

$-35x^2 +35 \geq 0$ - разделить на – 35

$x^2 - 1 \leq 0$

$x^2 = 1$

$x_1 = 1$; $x_2 = -1$



Ответ: [-1; 1]

Решить неравенство $(\sqrt{3} - 1,5)\,(3 - 2x) > 0$

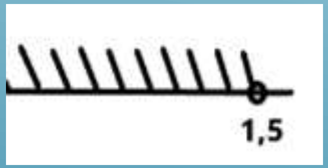
ОПРЕДЕЛИМ ЗНАК ПЕРВОГО МНОЖИТЕЛЯ

$$\sqrt{3} - 1{,}5 = \sqrt{3} - \sqrt{2{,}25} > 0$$

3 – 2X> 0 ;

3 > 2X

X< 1,5



ОТВЕТ : $X \in (-\infty : 1{,}5)$

РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВО

$(\sqrt{6} - 2{,}5)(7 - 6x)(2\sqrt{7} - 5) < 0$

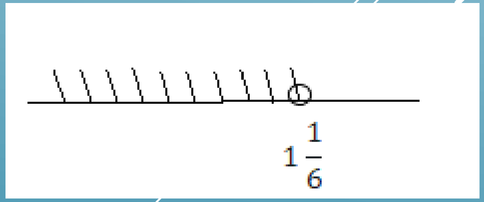
Решение: Рассмотрим (оценим) каждую скобочку

1) $\left(\sqrt{6} - 2{,}5\right) < 0, \text{т. к.} \sqrt{6} - \sqrt{6{,}25} < 0$

2) $(2\sqrt{7} - 5 > 0, \text{т. к.} \sqrt{28} - \sqrt{25} > 0$

Произведение трех множителей меньше 0. Первый множитель отрицательный, третий множитель положительный, следовательно

$(7 - 6x) > 0$; $-6x > -7$; $x < 1\frac{1}{6}$



Ответ: $(-\infty; 1\frac{1}{6})$

РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВО $\sqrt{2}(5-X)^2 \leq \sqrt{18}(X-5)$

РАЗДЕЛИМ ОБЕ ЧАСТИ НЕРАВЕНСТВА НА ПОЛОЖИТЕЛЬНОЕ ЧИСЛО $\sqrt{2}$

$(5 - X)^2 \leq 3(X-5)$

$25 - 10X + X^2 \leq 3X - 15$

$X^2 - 13X + 40 \leq 0$

РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВО

$(x-7)^2 < \sqrt{11}(x-7)$

Решение: перенесем все в левую часть

$(x-7)^2 - \sqrt{11}(x-7) < 0$

Вынесем множитель (x-7) за скобку

$(x-7)(\,x-7-\sqrt{11}) < 0$

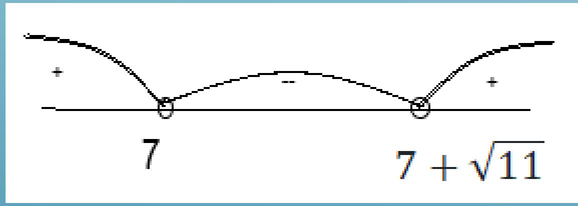
Решим соответствующее уравнение

$(x-7)(x-7-\sqrt{11}) = 0$

ПРОИЗВЕДЕНИЕ ДВУХ МНОЖИТЕЛЕЙ РАВНО 0 ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА ХОТЯ БЫ ОДИН ИЗ НИХ РАВЕН 0

$(x-7)=0$ или $x-7-\sqrt{11}=0$

$x=7$ $x=7+\sqrt{11}$



Ответ: $(7; 7+\sqrt{11})$

РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВО $(2+X)^3 \geq \sqrt{8}(2+X)^2$

$(2+x)^3 - \sqrt{8}(2+x)^2 \geq 0$

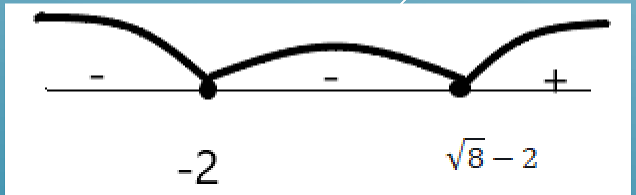
$(2+x)^2(2+x-\sqrt{8}) \geq 0$

$(2+x)^2(2+x-\sqrt{8}) = 0$

$(2+x)^2 = 0$ или $(2+x-\sqrt{8}) = 0$

$x = -2$ $\qquad$ $x = \sqrt{8} - 2$, $\sqrt{8} - 2 > 0$

Ответ: $x \in \{-2\};\ [\sqrt{8} - 2;\ +\infty)$

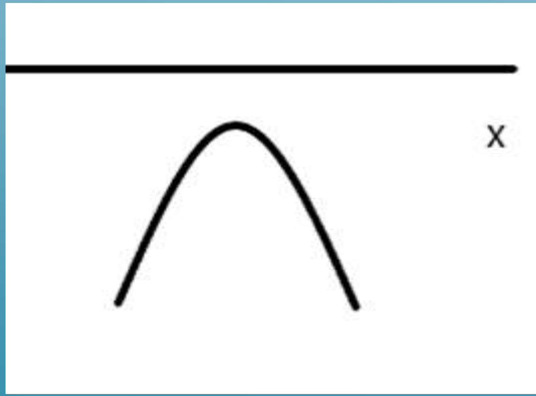


Квадратное неравенство с отрицательным дискриминантом

$1)\ -x^2 - 6x - 10 < 0$

$-x^2 - 6x - 10 = 0$

$D < 0$

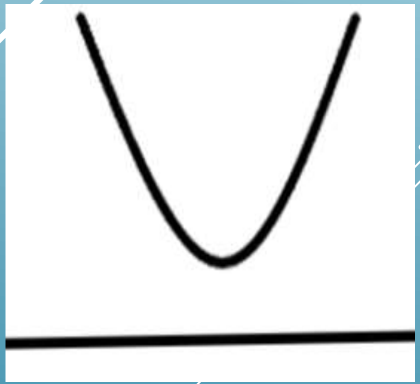


Ответ: $(-\infty;\ +\infty)$

$2)\ 2x^2 - 3x + 8 > 0$

$2x^2 - 3x + 8 = 0$

$D < 0$



Ответ: $(-\infty;\ +\infty)$

2 СПОСОБА РЕШЕНИЯ НЕРАВЕНСТВА

$$\frac{2x^3 - 8x^2 + 4x - 12}{x^2 - 4x} \leq 2x - \frac{1}{x-2} + \frac{3}{x}$$

1 СПОСОБ

$$\frac{2x^3 \ - 8x^2 + 4x - 12}{x^2 - 4x} \leq 2x - \frac{1}{x-2} + \frac{3}{x}$$

$$\text{ОДЗ}: \begin{cases} X \neq 4 \\ X \neq 2 \\ X \neq 0 \end{cases}$$

$$\frac{(2x^3 \ - 8x^2 \ + 4x - 12)(x-2)}{x(x-2)(x-4)} \leq \frac{2x^2(x-4)(x-2) - x(x-4) + 3(x-4)(x-2)}{x(x-2)(x-4)}$$

2 СПОСОБ

$$\frac{2x^3-8x^2+4x-12}{x^2-4x}$$

$\frac{2x^3-8x^2}{x^2-4x}$ и $\frac{4x-12}{x^2-4x}$

$$\frac{2x(x^2-4x)}{x^2-4x}+\frac{4x-12}{x^2-4x}\le 2x-\frac{1}{x-2}+\frac{3}{x}$$

$$2x+\frac{4x-12}{x(x-4)}\le 2x-\frac{1}{x-2}+\frac{3}{x}$$

$$\frac{4x-12}{x(x-4)}+\frac{1}{x-2}-\frac{3}{x}\leq 0$$

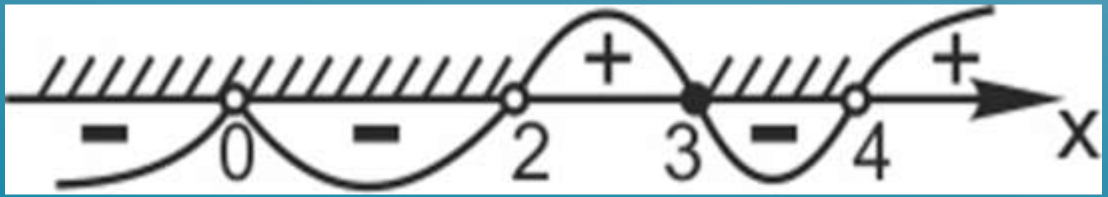
$$\frac{4x^2-12x-8x+24+x^2-4x-3x^2+18x-24}{x(x-4)(x-2)}\leq 0$$

$$\frac{2x(x-3)}{x(x-4)(x-2)}\leq 0$$

Решаем неравенство методом интервалов

$2x = 0$ или $x - 3 = 0$

$x = 0$ $x - 4 = 0$ $9x - 2 = 0$



Ответ: $x \in (-\infty; 0)(0; 2)\llbracket 3; 4)$

Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 5(3x+2)-4(7x+1)>-x \\ (x-3)(x+9)<0 \end{cases}$$

Решение: Решим каждое неравенство системы отдельно

1) $5(3x+2)-4(7x+1)>-x$

$15x+10-28x-4>-x$

$-13x+6>-x$

$-13x+x>-6$

$-12x>-6$

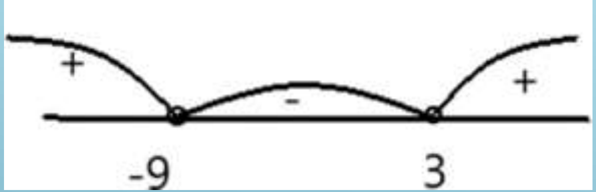
$x<0{,}5$

2) $(x-3)(x+9)<0$

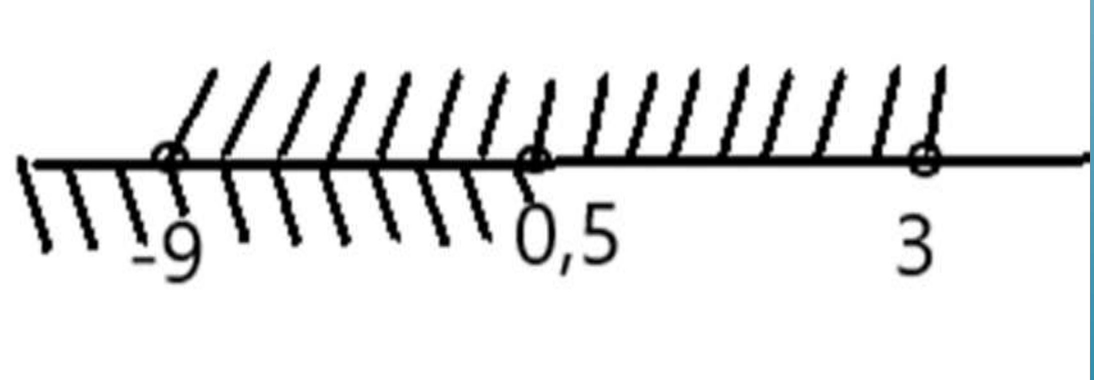
$(x-3)(x+9)=0$

$x-3=0$ или $x+9=0$

$x=3$ $\quad$ $x=-9$



Выставим множества решение неравенств на одной числовой прямой



Ответ: (-9 ; 0,5)

ДИДАКТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

РЕШИТЕ НЕРАВЕНСТВО

1) $\frac{11}{x^2 - x - 8} < 0$

2) $\frac{-17}{(x+3)^2 - 7} \geq 0$

3) $\frac{-15}{(x+1)^2 - 3} \geq 0$

4) $\frac{-19}{(x+5)^2 - 6} \geq 0$

5) $\frac{-23}{(x+3)^2 - 6} \geq 0$

6) $\frac{-12}{(x-1)^2 - 2} \geq 0$

РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВО

7) $\frac{-100}{(x+3)^2-5} \geq 0$

8) $\frac{-72}{(x-2)^2-16} \geq 0$

9) $\frac{-15}{(x+4)^2-6} \geq 0$

10) $\frac{-92}{(x-3)^2-4} \geq 0$

11) $\frac{987}{4x^2-5x-6} \leq 0$

РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВО

1) $(2x-3)^2 \geq (3x-2)^2$

2) $(5x-9)^2 \geq (9x-5)^2$

3) $(3x-8)^2 \geq (8x-3)^2$

4) $(3x-5)^2 \leq (5x-3)^2$

5) $(3x-7)^2 \leq (6x-5)^2$

6) $(4x-5)^2 \leq (7-2x)^2$

РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВО

1) $(x-1)^2 < \sqrt{2}(x-2)$

2) $(x-5)^2 < \sqrt{7}(x-5)$

3) $(11+x)^2 > \sqrt{5}(11+x)$

4) $(x-3)^2 \geq \sqrt{3}(3-x)$

5) $(x-4)^2 \geq \sqrt{6}(4-x)$

6) $(2x+3)^2 \leq \sqrt{2}(3+2x)$

7) $(7x-2)^2 > \sqrt{8}(2-7x)$

РЕШИТЬ СИСТЕМУ НЕРАВЕНСТВ

$$\begin{cases} 4(x-2)-3(x+1) \le 2x-2 \\ -x^2-6x-10<0 \end{cases}$$

Ответ: $x \in [-9;\ +\infty)$

$$\begin{cases} 6x^2+7x+1 \le 0 \\ x^2-4 \ge 0 \end{cases}$$

Ответ: $x \in \emptyset$

$$\begin{cases} x^2+5>0 \\ x^2+5x>0 \end{cases}$$

Ответ: $x \in (-\infty;\ -5)(0;\ +\infty)$

$$\begin{cases} \frac{2x-1}{3}+2x \ge \frac{x+1}{2} \\ \frac{2-x}{4} < 2x+5 \end{cases}$$

Ответ : $x \in \left[\frac{5}{13};\ +\infty\right)$

$$\begin{cases} x^2 - 6x - 16 \geq 0 \\ \dfrac{1 + 2x}{4} < x - 1 \end{cases}$$

Ответ: $[8; +\infty)$

$$\begin{cases} (x - 1)(x - 3) \geq x - 3 \\ x^2 < x + 2 \end{cases}$$

Ответ: $x \epsilon [-1;\ 2)$

$$\begin{cases} 2^2 + 2 \geq x - 3 \\ -2x^2 \leq -x - 3 \end{cases}$$

Ответ: $x \epsilon [-\infty; -1]\ [1{,}5;\ +\infty)$

$$\begin{cases} \dfrac{2x - 1}{3} \geq x - 2 \\ \dfrac{2}{x - 1} \geq 4 \end{cases}$$

Ответ: $(1; 1{,}5]$

$$\begin{cases} \dfrac{2x^2 + x}{2} + x \geq x^{2-x+8} \\ \dfrac{3 - 2x}{4} + 2x \geq \dfrac{x - 2}{2} \end{cases}$$

Ответ: $x \in [3{,}2;\ +\infty)$

$$\begin{cases} \dfrac{(x^2 - 64)^3}{2x} \geq 0 \\ 2 + \dfrac{2 - x}{2} \geq \dfrac{x - 1}{2} \end{cases}$$

Ответ: $x \in [-8:\ 0)$

ИСТОЧНИКИ РЕСУРСА

https://fipi.ru/oge/otkrytyy-bank-zadaniy-oge#!/tab/173942232-2

Рязановский А.Р.

ОГЭ 2020, Математика. Сборник экзаменационных заданий / А. Р. Рязановский, Д. Г. Мухин. – М.: Издательство «Экзамен», 2020, - 112 с. (Серия «ОГЭ. Сборник экзаменационных заданий»)

Под редакцией И.В. Ященко Математика. ОГЭ. 50 типовых вариантов экзаменационных заданий. – Издательство «Экзамен» . – М.: 2021 «Математика. 9-й класс. Подготовка к ОГЭ – 2020. 40 тренировочных вариантов. Под редакцией Ф.Ф. Лысенко » - Ростов-на-Дону: Легион, 2020